EXERCICE N°1 : 15' 3 points

Soit $\theta \in]-\pi/2\,,\pi/2\,[$. Dans le plan complexe, on note M_1, M_2 et M les points d'affixes respectives : $z_1 = e^{i\theta} - i$; $z_2 = e^{-i\theta} + i$ et $z = 2\cos\theta$.

1) Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle, en déduire que $\dfrac{z_2}{z_1} = e^{i(\pi/2-\theta)}$.

2) Montrer que le quadrilatère OM_1MM_2 est un losange et préciser θ pour qu'il soit un carré.

EXERCICE N°2 : 25' 4 points

Dans le plan complexe P rapporté à un repère ON direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M'(z'), M''(z'') et M(z'+ z'') avec $z' = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) e^{-i\theta}$ et $z'' = e^{-i\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}$, $\theta \in \mathbb{R}$.

1) Ecrire z' sous forme exponentielle et déduire que OM'M'' est un triangle rectangle.
2) Montrer que OM'MM'' est un carré.

EXERCICE N°3 : 20' 4 points

1) Mettre sous forme trigonométrique les nombres complexes $(1 + i)\,e^{i\theta}$ et $(1 - i)\,e^{i\theta}$.

2) Dans le plan complexe on désigne par A, B, M_1 et M_2 les points d'affixes respectifs $e^{i\theta}$; $2e^{i\theta}$;

$z_1 = \sqrt{2}\,e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}$ et $z_2 = \sqrt{2}\,e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)}$.

a) Montrer que $M_1 * M_2 = A$. **b)** Calculer $\dfrac{z_1}{z_2}$ et déduire que OM_1BM_2 est un carré.

3) Déduire des questions précédentes $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

EXERCICE N°4 : 30' 4 points

Dans le plan complexe P rapporté à un repère ON direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A(2), $B\left(1 + i\,e^{i\theta}\right)$ et $C\left(1 - i\,e^{i\theta}\right)$ avec $\theta \in [\,0\,,\pi/2[$. **1)** Montrer que $\dfrac{1 - i\,e^{i\theta}}{1 + i\,e^{i\theta}} = -i\tan\left(\dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

2) En déduire que le triangle ABC est un triangle rectangle.
3) Montrer que le quadrilatère ABOC est un rectangle.
4) Déterminer θ pour que ABOC soit un carré.
5) a) Déterminer et construire l'ensemble des points B lorsque θ varie.
b) En déduire l'ensemble des points C